

Интернет-журнал «Транспортные сооружения» / Russian Journal of Transport Engineering <https://t-s.today>

2022, №1, Том 9 / 2022, N 1, Vol. 9 <https://t-s.today/issue-1-2022.html>

URL: <https://t-s.today/PDF/01SATS222.pdf>

DOI: 10.15862/01SATS222 (<https://doi.org/10.15862/01SATS222>)

Оценка форм собственных колебаний пролетных строений моста при мониторинге

¹Крутиков О.В., ^{1,2}Гершуни И.Ш., ¹Рыжов Д.И.

¹ООО «Т.К.М.», Москва, Россия

²ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта (МИИТ)», Москва, Россия

Автор, ответственный за переписку: Крутиков Олег Владимирович, e-mail: ovkru@mail.ru

Аннотация. В последние 20–30 лет на сети автомобильных дорог России все большее распространение получает мониторинг состояния мостов в период эксплуатации. При мониторинге обеспечивается контроль моста на постоянной основе в непрерывном режиме.

Задачей, стоящей перед разработчиками систем мониторинга, является расширение спектра параметров, которые в реальном времени могут быть использованы для контроля состояния моста и безопасных условий его эксплуатации. Одним из путей является использование косвенных параметров, получаемых в результате обработки прямых данных. Необходимы соответствующие алгоритмы преобразования информации, регистрируемой датчиками системы и получения новых параметров.

Важнейшими характеристиками конструкции являются динамические характеристики, к которым относят частоты и амплитуды форм собственных колебаний, декременты колебаний. В настоящей статье рассматривается методика оценки динамических характеристик моста, а именно, частот и амплитуд форм собственных колебаний с использованием экспериментальных данных.

Рассмотрена математическая модель динамической системы, совершающей свободные колебания, в виде системы с одним входным сигналом и n выходными сигналами. Приведены формулы частотной характеристики модели и ее составляющих: амплитудной и фазовой характеристик системы. Для вычисления частотной характеристики необходимы

спектры мощности и взаимные спектры-мощности, которые получают с использованием преобразований Фурье сигнала.

В статье показано, как с целью уменьшения случайной ошибки оценивать взаимный спектр, разбивая реализации на несколько смежных отрезков (сегментов) длиной T каждый. Итоговый спектр (периодограмму) получают как среднее арифметическое спектров сегментов.

Системы мониторинга с помощью акселерометров, измеряющих линейные ускорения конструкции, регистрируют выходные сигналы. В качестве источника входного сигнала рассматривается один из акселерометров. Согласно предложенной математической модели частотная характеристика собственных колебаний системы характеризует амплитуды и знаки перемещений конструкции в точке размещения акселерометров на различных частотах.

Рассмотренный авторами математический аппарат применен к данным, полученным на реальном объекте: мостовом переходе через р. Волга на автомобильной дороге Н. Новгород–Шахунья–Киров в Нижегородской области — Борский мост. Мониторинг состояния моста ч/р Волга по назначению является контрольным и исследовательским, по форме представления информации в течение времени — непрерывным, по скорости и синхронности опроса датчиков — динамическим. Цель мониторинга — наблюдение за работой конструкции моста и условиями его

эксплуатации, включающее в себя технический контроль параметров напряженно-деформированного состояния (НДС). Приводятся характеристики моста и действующей системы мониторинга. Приводятся результаты численных расчетов арочного пролетного строения на колебания.

Авторами выполнены расчеты периодограмм средствами математического пакета MathCad с использованием сигналов двух акселерометров.

С целью оценки частот и амплитуд форм колебаний пролетного строения с использованием данных мониторинга были выполнены расчеты периодограмм с помощью программы «СпектрКатКросс», реализующий предложенный алгоритм. Показано соответствие результатов

программы результатам расчетов по программе MathCad.

Расчетные и экспериментальные формы колебаний пролетного строения близки. В результате использования предложенной математической модели достоверность данного сопоставления обеспечивается как в части частот, так и в части амплитуд.

Ключевые слова: мониторинг технического состояния моста; исследовательский мониторинг; контрольный мониторинг; напряженно-деформированное состояние; НДС; преобразование Фурье; спектр мощности; взаимный спектр; формы собственных колебаний; частотная характеристика модели; периодограмма; динамический мониторинг

Evaluation of the self-induced vibrations modes of bridge superstructure during monitoring

¹Oleg V. Krutikov, ^{1,2}Ilia Sh. Gershuni, ¹Dmitry I. Ryzhov

¹«Т.К.М.» LTD, Moscow, Russia

²Russian University of Transport (МИТ), Moscow, Russia

Corresponding author: Oleg V. Krutikov, e-mail: ovkru@mail.ru

Abstract. In the last 20–30 years, bridge condition monitoring during the operational cycle has become increasingly common on the Russian highway network. The monitoring ensures control of the bridge on an ongoing basis in a continuous mode.

The task facing the monitoring systems developers is to expand the range of the parameters that can be used in real-time to monitor the bridge's condition and the safe conditions for its operation. One way is to use indirect parameters obtained as a direct data processing result. Appropriate algorithms for converting information recorded by the system sensors and obtaining new parameters are needed.

The most important design characteristics are dynamic characteristics, which include the frequencies and amplitudes of the self-induced vibration modes, and vibration decrements. This article discusses a technique for estimating the dynamic bridge characteristics, namely, the self-induced vibration modes frequencies and amplitudes using experimental data.

A dynamic system mathematical model that performs self-induced vibration is considered in the system form with one input signal and n output signals. Formulas for the model frequency response and its components are given: the amplitude and phase response of the system. To calculate the frequency response, power spectra and cross-power spectra are needed, which are obtained using the Fourier transforms of the signal.

The article shows how, to reduce the random error, to estimate the mutual spectrum by dividing the realizations into several adjacent intervals (segments) of length T each. The final spectrum (periodogram) is obtained as the arithmetic mean of the segment spectra.

Monitoring systems using accelerometers that measure the structure linear accelerations of the record the output signals. One of the accelerometers is considered an input signal source. According to the proposed mathematical model, the self-induced vibration frequency response of

the system characterizes the amplitudes and signs of the structure displacements at the accelerometers' location at different frequencies.

The mathematical apparatus considered by the authors is applied to the data obtained on a real object: a bridge crossing over the Volga river on the highway Nizhny Novgorod-Shakhunya-Kirov in the Nizhny Novgorod region — Borsky Bridge. The monitoring of the bridge state stream crossing the Volga by its purpose is control and research, in terms of the form of information presentation over time — continuous, in terms of the speed and synchronism of polling sensors — dynamic. The monitoring purpose is to monitor the bridge structure operation and its operating conditions, including the technical control of the stress-strain state (SSS) parameters. The bridge characteristics and the current monitoring system are given. The results of numerical calculations of the arch span for vibrations are presented. The authors performed periodogram calculations using the mathematical package MathCad using the signals of two accelerometers.

To estimate the frequencies and amplitudes of the span structure vibration modes using monitoring data, periodogram calculations were performed using the SpektrKatKross program that implements the proposed algorithm. The correspondence results of the program to the results of the calculations by the program MathCad are shown.

The calculated and experimental vibration modes of the span are close. As a result of using the proposed mathematical model, the reliability of this comparison is ensured both in terms of frequencies and in terms of amplitudes.

Keywords: bridge technical condition monitoring; research monitoring; control monitoring; stress-strain state; Fourier transform; power spectrum; cross-spectrum; eigenmodes; model frequency response; periodogram; dynamic monitoring

Данная статья доступна по лицензии Creative Commons “Attribution” («Атрибуция») 4.0 Всемирная

This article is available under the Creative Commons “Attribution” 4.0 Global License



Введение

Introduction

В последние 20–30 лет на сети автомобильных дорог России все большее распространение получает мониторинг состояния мостов в период эксплуатации. При мониторинге обеспечивается контроль моста на постоянной основе в непрерывном режиме. Он организуется, как правило, на внеклассных автодорожных мостах [1–6]. Опыт мониторинга на железнодорожных мостах, в основном, связан с ограниченной по времени работой переносных комплексов [7].

При мониторинге производится прямое измерение параметров, характеризующих как отклик конструкции на непрерывно изменяющиеся нагрузки и воздействия, так и непосредственно нагрузки и воздействия. Значения этих параметров таких, как амплитуды деформаций (напряжений) в элементах, амплитуды ускорений, температура конструкции, взаимные перемещения узлов моста, скорость и направление ветра и т. п., обычно в реальном времени сопоставляются с граничными значениями и, таким образом, используются при контроле состояния моста. Задачей, стоящей перед разработчиками систем мониторинга, является расширение спектра параметров, которые в реальном времени могут быть использованы для контроля состояния моста и безопасных условий его эксплуатации. Одним из путей является использование косвенных параметров, получаемых в результате обработки прямых данных. Возможность таких вычислений обеспечивается техническими параметрами системы, а именно, необходимой частотой (периодичностью) измерений, точностью средств измерения. Для совокупных измерений, использующих сигнал нескольких датчиков, необходимо, чтобы взятие отсчетов от них выполнялось синхронно, что, с учетом размеров объекта мониторинга, представляет определенные трудности.

Вовлечение новых параметров в контроль в реальном времени позволит более надежно оценивать состояние моста и своевременно реагировать при возникновении опасности. С целью оценки параметров, характеризующих состояние моста и безопасных условий его эксплуатации, необходимы соответствующие алгоритмы преобразования информации, регистрируемой датчиками системы. Опыт получения и использования некоторых таких косвенных параметров раскрыт в следующих примерах.

На мосту ч/р Волгу на 176 км автодороги М-10 «Россия» обеспечивается контроль воздействующей на него подвижной нагрузки. При мониторинге на этом мосту оцениваются такие косвенные параметры как: характеристики временных нагрузок (масса, скорость и направление движения) [6]. Исходные данные — параметры напряженно-

деформированного состояния главных балок пролетных строений, фиксируемые тензодатчиками.

В статье [8] сообщается о том, как с помощью программного обеспечения видеоаналитики дорожного движения определяют количество транспортных средств, проезжающих по мосту, а также, разделяя машины по группам грузоподъемности, оценивают осевые нагрузки. Источник исходной информации — видеозапись дорожной обстановки.

В работе [9] с использованием данных акселерометров, полученных с помощью мобильного измерительного комплекса при мониторинге городского моста, определены собственные частоты вертикальных, горизонтальных поперечных и горизонтальных продольных колебаний. Используемая в эксперименте методика позволила получать исходные данные для динамического расчета конструкций, уточнять реальную динамику подвижного состава в зависимости от состояния рельсового пути на мосту.

В статье [10] описаны способы и приемы проведения мониторинга вибраций Академического моста через р. Ангару в г. Иркутске. Проведен спектральный анализ показаний акселерометра, и осуществлено численное моделирование колебаний, которое выявило сходимость результатов. Недостатком приведенных исследований является то, что для подтверждения соответствия теоретических и практических форм собственных колебаний используются только частоты пиков, без сопоставления амплитуд форм. Кроме того не производится взаимный анализ колебаний нескольких точек конструкции.

Важнейшими характеристиками сооружения являются динамические характеристики, к которым относят частоты и амплитуды форм собственных колебаний, декременты колебаний. Известны зарубежные исследования, в которых изучаются вопросы обнаружения повреждений в мостах с помощью вибрационных данных на основе показателей изменения динамических характеристик и др. параметров [11–13].

Динамические характеристики конструкции могут быть получены из данных мониторинга методами спектрального анализа [14; 15]. Кросс-спектральный анализ для двух временных рядов, реализованный в виде модуля, включённого в автоматизированную систему, и результаты исследования зависимостей между гармоническими составляющими моделей динамики двух временных рядов описан в работе [16]. С помощью разработанного модуля были проанализированы взаимные спектральные характеристики рядов сейсмической активности, рядов

солнечной активности, рядов динамики движения Северного полюса Земли.

В настоящей статье рассматривается методика, при которой оценка форм собственных колебаний моста будет производиться, как в части частот, так и в части амплитуд.

Математическая модель

Mathematical model

Рассмотрим математическую модель динамической системы, совершающей свободные колебания, в виде системы с одним входным сигналом $x(t)$ и n выходными сигналами $y_i(t)$ ($i = 1 \dots n$) [17]. Система линейная и имеет постоянные параметры. Соотношение между взаимным спектром сигнала и спектром мощности входного сигнала задается формулой:

$$G_{xy_i}(f) = H_i(f) \cdot G_{xx}(f) \quad (1)$$

где $G_{xx}(f)$ — спектральная плотность (спектр мощности) сигнала $x(t)$;

$G_{xy_i}(f)$ — взаимная спектральная плотность (взаимный спектр) сигналов $x(t)$ и $y_i(t)$;

$H_i(f)$ — частотная характеристика.

Значения $G_{xy_i}(f)$ и $H_i(f)$ — комплексные числа. В полярной форме $G_{xy_i}(f)$ и $H_i(f)$ представляются в следующем виде:

$$G_{xy_i}(f) = |G_{xy_i}(f)| \cdot e^{-j\theta_{xy_i}(f)}, H_i(f) = |H_i(f)| \cdot e^{-j\phi_i(f)}.$$

Зависимость (1) можно записать

$$|G_{xy_i}(f)| = |H_i(f)| \cdot G_{xx}(f), \theta_{xy_i}(f) = \phi_i(f),$$

где $|G_{xy_i}(f)|$, $\theta_{xy_i}(f)$ — модуль и фазовый угол взаимного спектра сигналов $x(t)$ и $y_i(t)$;

$|H_i(f)|$, $\phi_i(f)$ — модуль и фаза частотной характеристики (амплитудная и фазовая характеристики системы);

j — мнимая единица;

e — основание натурального логарифма.

После преобразования получим

$$|H_i(f)| = \frac{|G_{xy_i}(f)|}{G_{xx}(f)}, \phi_i(f) = \theta_{xy_i}(f). \quad (2)$$

Для вычисления частотной характеристики необходимы спектры мощности и взаимные спектры-мощности (взаимные спектры). В данном контексте понятие спектр означает «представление в зависимости от частоты» (но не от времени).

Согласно [14] взаимный спектр мощности содержит всю информацию о зависимости двух сигналов. Он показывает, насколько одна из волн опережает другую, а также амплитуды сигналов этих на данной частоте. Изучение взаимного спектра позволяет выявить частоты, на которых происходят наиболее «мощные» взаимные колебания разных точек конструкции и фазовые соотношения этих колебаний.

Для дискретных реализаций x_n, y_n ($n = 1, 2, \dots, N$) взаимный спектр определяют формулой

$$G_{xy}(f_k) = \frac{2}{N\Delta t} [X^*(f_k) \cdot Y(f_k)],$$

где $G_{xy}(f_k)$ — взаимный спектр;

$X^*(f_k)$ — преобразование Фурье сигнала x_n в комплексно сопряженной форме;

$Y(f_k)$ — преобразование Фурье сигнала y_n ;

f_k — частота;

Δt — интервал дискретности;

$k = 0, 1, \dots, N/2$.

При представлении комплексной функции в виде суммы вещественной Re и мнимой Im частей

$$X(f) = Re[X(f)] + j \cdot Im[X(f)].$$

комплексно сопряженная форма запишется так:

$$X^*(f) = Re[X(f)] - j \cdot Im[X(f)].$$

По опыту, отмеченному в специальной литературе, с целью уменьшения случайной ошибки оценку взаимного спектра получают, разбивая реализации x_n, y_n на n_d смежных отрезков (сегментов) длиной T каждый. Для каждой пары отрезков получают оценку спектра. Итоговый спектр $\hat{G}_{xy}(f_k)$ получают как среднее арифметическое спектров сегментов.

$$\hat{G}_{xy}(f_k) = \frac{2}{n_d T} \sum_{i=1}^{n_d} [X^*(f_k) \cdot Y(f_k)], \quad (3)$$

где n_d — количество отрезков;

T — длина отрезка.

В специальной литературе спектр $\hat{G}_{xy}(f_k)$ называют «периодограммой».

Модуль и фазу взаимного спектра определяют по формулам:

$$|G_{xy}(f_k)| = \sqrt{[Re(\hat{G}_{xy}(f_k))]^2 + [Im(\hat{G}_{xy}(f_k))]^2},$$
$$\theta_{xy}(f_k) = \arctg([Im(\hat{G}_{xy}(f_k))]/[Re(\hat{G}_{xy}(f_k))]),$$

где $Re()$, $Im()$ — вещественная и мнимая части комплексного числа.

В качестве динамической системы рассмотрим пролетное мостовое сооружение. Воздействия на мост, вызывающие его динамику: движущиеся автомобили, пешеходы, давление ветра и т. п. имеют случайный характер и относятся к недетерминированным. Представление непосредственно воздействий в виде входных сигналов, которые могли бы быть использованы для анализа системы (1), выходит за рамки данной статьи.

На выходе системы сигнал регистрируется датчиками системы мониторинга, измеряющие перемещений конструкции. Для этих целей используются акселерометры, обеспечивающие измерение линейных ускорений. Результат измерения акселерометра i — реализация $y_i(t)$.

Поскольку в нашей системе наблюдаются только выходные процессы, используем следующий прием — один из акселерометров k будем рассматривать в качестве источника входного сигнала:

$$x(t) = y_k(t).$$

При таком подходе амплитудная характеристика собственных колебаний системы $|H_i(f)|$ характеризует амплитуды перемещений модели в точке размещения акселерометра i , соответствующие единичным перемещениям модели в точке размещения входного акселерометра k . Фазовая характеристика собственных колебаний системы $\phi_i(f)$ представляет данные о знаке перемещения модели в точке размещения акселерометра i , соответствующих единичным перемещениям модели в точке размещения входного акселерометра k .

Система мониторинга моста ч/р Волгу

The monitoring system of the bridge stream crossing the Volga

Применим рассмотренный математический аппарат к данным, полученным на реальном объекте: мостовом переходе через р. Волга на автомобильной дороге Н. Новгород-Шахунья-Киров в Нижегородской

области — Борский мост. Характеристики объекта мониторинга следующие. Русловая часть мостового перехода включает в себя два разрезных цельнометаллических арочных пролетных строения (рис. 1). Расчетный пролет арок — 159 м, габарит проезда — 10,5 м (2 полосы движения).



Рисунок 1. Арочные пролетные строения мостового перехода (фото авторов)

Figure 1. bridge deck arched span structures of the bridge crossing (photo made by authors)

Система мониторинга состояния моста через р. Волгу в период эксплуатации (СМС-МВНН) введена в действие в 2017 г. Ввод в действие СМС-МВНН выполнялся в составе работ по возведению моста. Цель мониторинга — наблюдение за работой конструкции моста и условиями его эксплуатации, включающее в себя технический контроль параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) для обеспечения безопасных условий эксплуатации сооружения и накопление данных о работе моста при воздействии реальных подвижных нагрузок и природных факторов. *Мониторинг состояния моста ч/р Волга по назначению является контрольным и исследовательским, по форме представления информации в течение времени — непрерывным¹.*

¹ ОДМ 218.4.002-2008 Руководство по проведению мониторинга состояния эксплуатируемых мостовых сооружений: отраслевой дорожный методический документ Российского дорожного агентства (Росавтодор): Утвержден распоряжением Росавтодора от 24.06.2008 № 261-р: введен впервые / разработан Государственным образовательным учреждением высшего профессионального образования «Московский государственный университет путей сообщения» (МИИТ) и Федеральным государственным унитарным предприятием «РосдорНИИ». — Москва: ФГУП «Информавтодор», 2008, 44 с. — Текст: непосредственный.

СМС-ВМНН включает в себя датчики, размещенные непосредственно на опорах и арочных пролетных строениях 15–16 и 16–17:

- датчики деформации, обеспечивающие измерение параметров работы моста, характеризующих его напряженно-деформированное состояние;
- датчики температуры, обеспечивающие измерение температуры элементов моста;
- датчики усилия в ванте, обеспечивающие измерение (оценку) усилия в подвесках;
- акселерометры, обеспечивающие информацией о колебаниях моста в условиях эксплуатационных воздействий;
- инклинометры и датчики перемещения, обеспечивающие измерение параметров работы моста, характеризующих его пространственное положение;
- видеокамеры, обеспечивающие съемку обстановки на проезжей части.

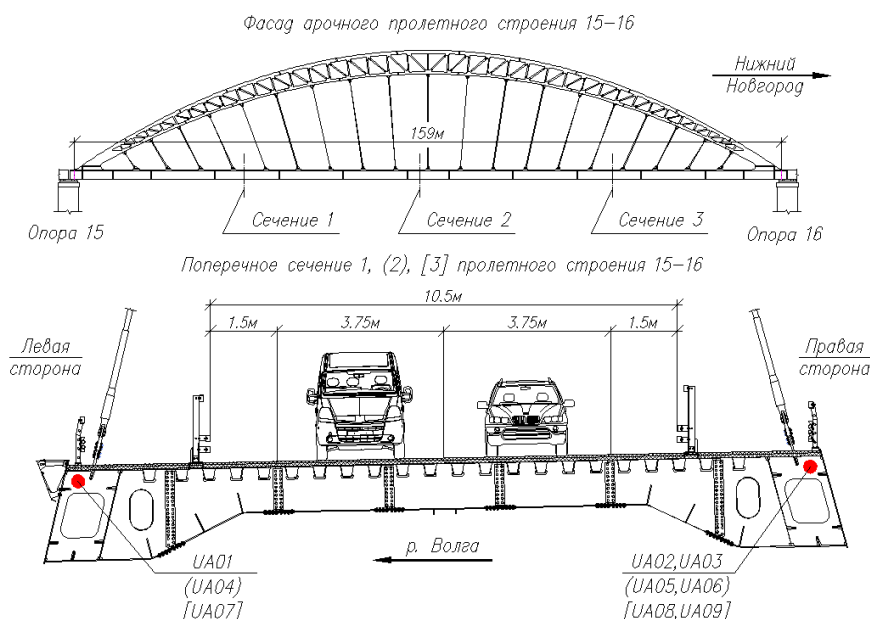


Рисунок 2. Схема расположения акселерометров на пролетном строении 15–16 (Разработано авторами)

Figure 2. The layout of accelerometers on the span structures 15–16 (Developed by the authors)

Мониторинг, реализуемый СМС-МВНН, — динамический. Это означает, что СМС-МВНН непрерывно получает подробную информацию о НДС конструкции в объеме, достаточном для анализа ее работы в условиях реальных скоростей движения автомобилей. При частоте опроса

100 Гц, принятой в СМС-МВНН, датчиками одновременно фиксируются состояния конструкции, соответствующие положениям движущегося со скоростью 90 км/ч автомобиля через каждый 0,25 м. При динамическом мониторинге с помощью датчиков возможно выявить направление движения, скорость и массу проезжающего по мосту автотранспортного средства [6].

Для исследования колебаний пролетных строений используются одноосные акселерометры, регистрирующие колебания в вертикальном (12 акселерометров) и в поперечном направлениях (6 акселерометров). Акселерометры размещены в затяжках пролетных строений 15–16, 16–17 в 6-ти сечениях (в 1/4 и 1/2 пролета), по три в сечении. Схема расположения акселерометров приведена на рисунке 2.

Расчеты арочного пролетного строения на колебания

Vibration calculations of the arch span

Для получения теоретических данных были выполнены расчеты арочного пролетного строения на колебания. Расчет был выполнен по программе расчета стержневых систем GERWIN, разработанной на кафедре мостов МИИТа. Стержневая расчетная схема пролетного строения приведена на рисунке 3.

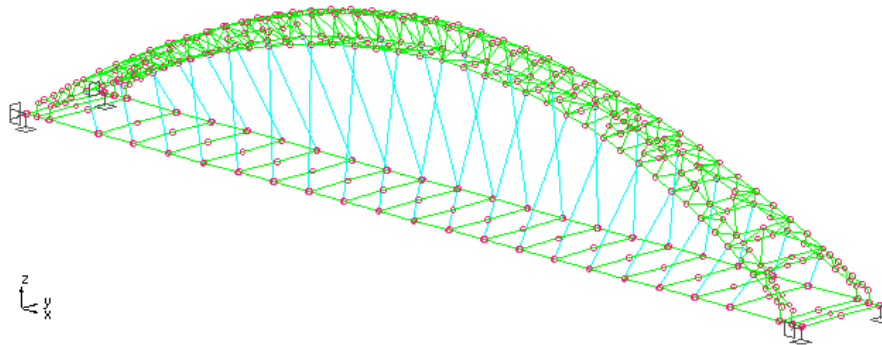


Рисунок 3. Стержневая расчетная схема арочного пролетного строения (разработано авторами)

Figure 3. Rod structural design of the arch span (developed by the authors)

Жесткости элементов затяжек и элементов арок приняты осредненными по длине. Жесткости подвесок приняты в соответствии с их фактическими поперечными сечениями — 7 семипроволочных прядей для промежуточных подвесок и 9 прядей для крайних подвесок. Массы элементов приняты в соответствии с данными чертежей и спецификаций проекта. Были вычислены пять первых частот в порядке их возрастания в интервале от 0.781 Гц до 2.22 Гц. Расчетные формы колебаний системы приведены на рисунке 4.

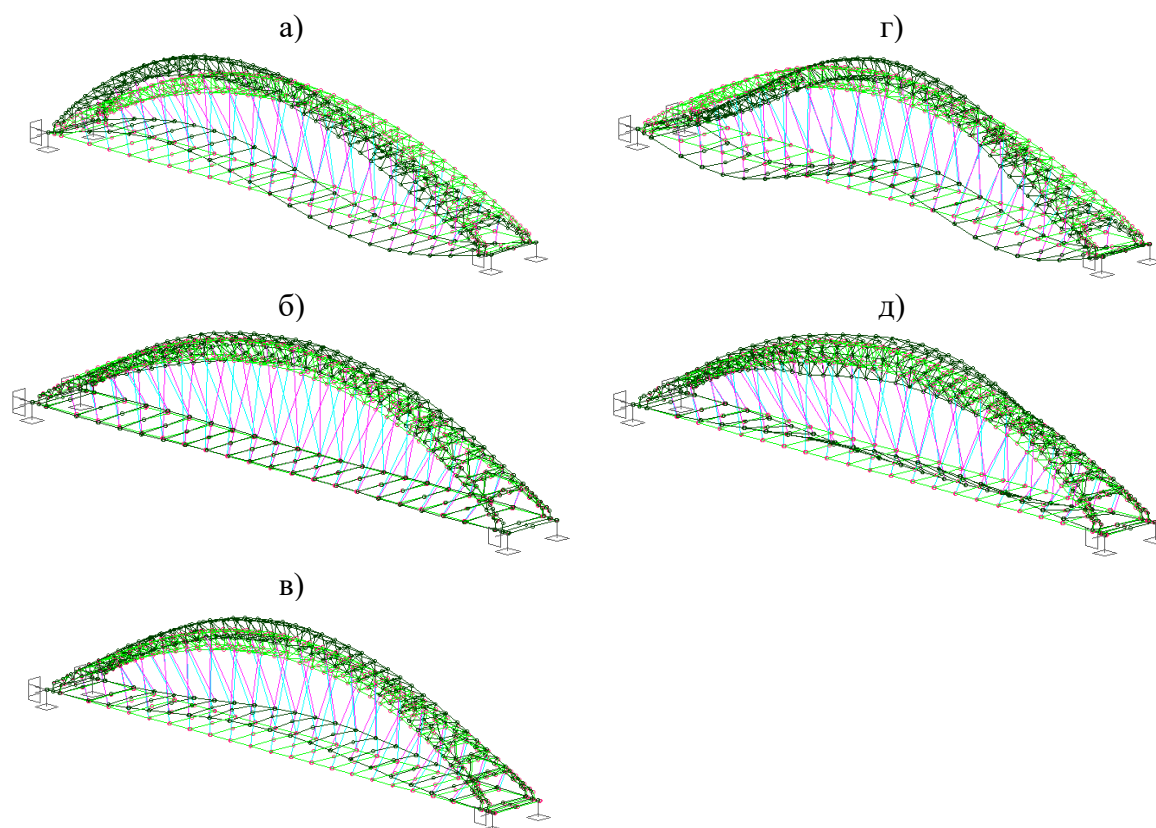


Рисунок 4. Расчетные формы собственных колебаний системы: а) форма колебаний системы № 1, частота $f = 0.781$ Гц; б) форма колебаний системы № 2, частота $f = 1.257$ Гц; в) форма колебаний системы №3, частота $f = 1.430$ Гц; г) форма колебаний системы № 4, частота $f = 1.707$ Гц; д) форма колебаний системы № 5, частота $f = 2.221$ Гц (разработано авторами)

Figure 4. Design form of system self-induced vibrations: a) system vibrational mode No. 1, frequency $f = 0.781$ Hz; b) system vibrational mode No. 2, frequency $f = 1.257$ Hz; c) system vibrational mode No. 3, frequency $f = 1.430$ Hz; d) system vibrational mode No. 4, frequency $f = 1.707$ Hz; e) system vibrational mode No. 5, frequency $f = 2.221$ Hz (developed by the authors)

Отметим, что в одной из представленных форм (форма колебаний системы № 2) наблюдаются преимущественные перемещения узлов арок, направленные горизонтально. В остальных четырех формах наблюдаются преимущественные перемещения точек затяжки, направленные вертикально.

Исследование сигналов с помощью Mathcad

Signals research with Mathcad

Для анализа сигналов используем *Mathcad* — математическое программное обеспечение, позволяющее выполнять, анализировать

инженерные расчеты и обмениваться ими ². Используем функцию дискретного преобразования Фурье (ДПФ) *fft*.

Функция *fft* использует высокоэффективный алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Требование к вектору аргумента иметь 2^m элементов является необходимым условием БПФ. Функция *fft* возвращает дискретное преобразование Фурье 2^m -мерного вещественнозначного вектора. Аргумент можно интерпретировать как результат измерений через равные промежутки времени некоторого сигнала. Результат — комплекснозначный вектор размерности $1+2^{m-1}$. Элементы вектора, возвращаемого функцией *fft*, вычисляются по формуле:

$$c_j = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n-1} v_k e^{2\pi i(j/n)k}$$

В этой формуле n — число элементов в \mathbf{v} , v_k — k -й элемент вектора \mathbf{v} , i — мнимая единица, j — порядковый номер элемента спектра $j = 0 \dots 1 + 2^{m-1}$.

Элементы в векторе \mathbf{v} , возвращенном функцией *fft*, соответствуют различным частотам. Чтобы восстанавливать фактическую частоту, необходимо знать частоту измерения исходного сигнала. Если \mathbf{v} есть n -мерный вектор, переданный в функцию *fft*, и частота измерения исходного сигнала — f_s , то частота, соответствующая элементу j спектра, равна:

$$f_j = \frac{j}{n} \cdot f_s$$

Используем сигналы от акселерометров UA01 и UA07, установленных в 1/4 и 3/4 пролета на затяжке п.с. 15–16 с левой стороны и направленных вертикально. Марка акселерометров — AT-1105. Опрос акселерометров производился с частотой $f_s = 100$ Гц ($\Delta t = 0,01$ с). Сигнал UA01 будем рассматривать в качестве входного — $x(t)$.

В качестве аргументов функции *fft* примем 2 вектора v_1 и v_2 , состоящие каждый из $n = 2^{15} = 32768$ точек (рис. 5, 6). Длительность каждого вектора $T = 327,68$ с.

Зависимости характеризуются определенными закономерностями. В отдельные случайные моменты наблюдаются кратковременные всплески амплитуд различной величины.

² Справочный центр о возможностях и функциях Mathcad [Электронный ресурс] / Компания PTC — режим доступа: <https://support.ptc.com/help/mathcad/ru/>, свободный — яз. рус.

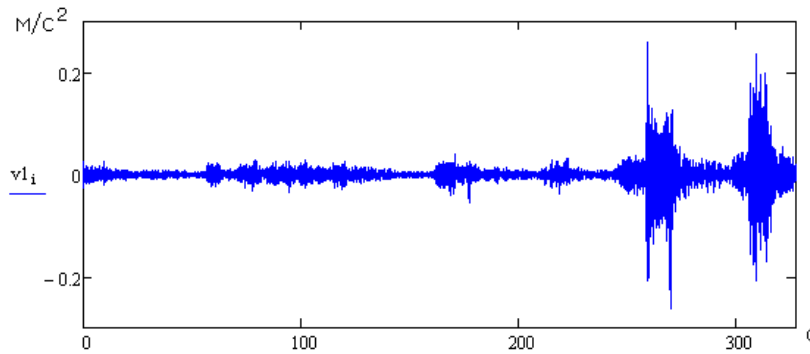


Рисунок 5. Вектор $v1$ из $n = 32768$ точек, длительность $T = 327,68$ с (разработано авторами)

Figure 5. Vector $v1$ of $n = 32768$ points, duration $T = 327.68$ s (developed by the authors)

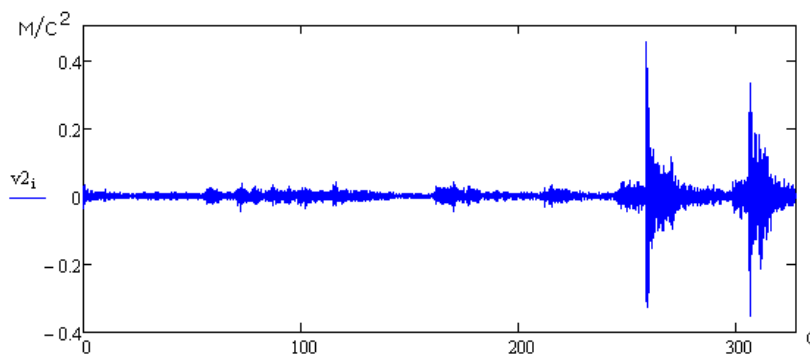


Рисунок 6. Вектор $v2$ из $n = 32768$ точек, длительность $T = 327,68$ с (разработано авторами)

Figure 6. Vector $v2$ of $n = 32768$ points, duration $T = 327.68$ s (developed by the authors)

После возникновения всплеска амплитуда сигнала затухает. Всплески колебаний связаны с проездом по мосту автомобилей. Так, например, всплеск с амплитудой $\pm 0,23$ м/с² (вектор $v1$) на 260-й секунде записи соответствует проезду грузового автомобиля по пролетному строению. Этот момент зафиксирован видеокameraми, хранится в видеорегистраторе СМС-МВНН и показан на рисунке 7.

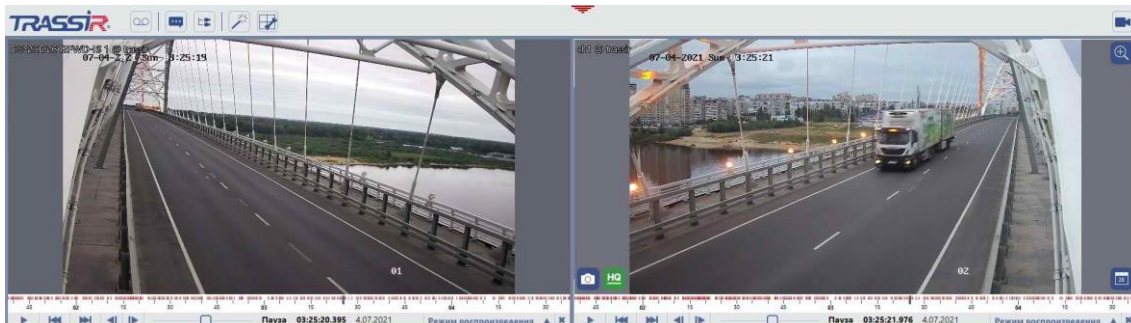


Рисунок 7. Вид на проезжую часть моста в 0:25:21 (UTC) 4 июля 2021 г.: пролетное строение 16–17 (слева), пролетное строение 15–16 (справа) (разработано авторами)

Figure 7. View of the bridge deck at 0:25:21 (UTC) on July 4, 2021: bridge span 16–17 (left), bridge span 15–16 (right) (developed by the authors)

В результате применения функции *fft* для векторов v_1 и v_2 получены функции Фурье, состоящие из действительных и мнимых частей, в диапазоне 0...50 Гц. Далее выполним почленное умножение компонент функций Фурье с выделением действительных и мнимых составляющих результата, вычислим модуль и фазу взаимного спектра. На рисунке 8. показаны амплитуда и фаза полученного взаимного спектра в диапазоне от 0–3 Гц, где ожидаются собственные частоты конструкции.

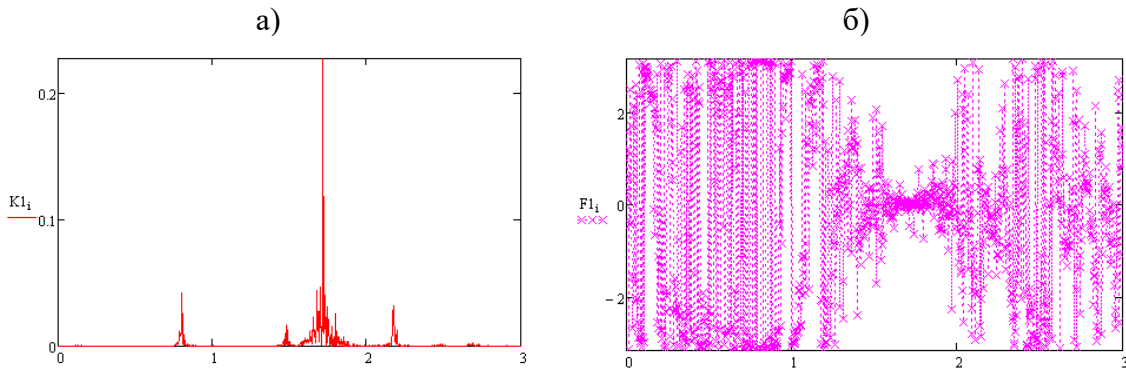


Рисунок 8. Взаимный спектр: а) модуль;
б) фазовый угол (разработано авторами)

Figure 8. Cross-spectrum: a) module; b) phase angle (developed by the authors)

Модуль взаимного спектра содержит пики на частотах 0,80; 1,48; 1,72 и 2,18 Гц. Соответственно периоды составляют 1,25; 0,68; 0,58 и 0,46 с. Значения фазового угла взаимного спектра, близкие 0, свидетельствуют о совпадении направления перемещений. Значения, близкие $|\pi|$, свидетельствуют о противоположно направленных перемещениях на данной частоте.

Приведенный взаимный спектр, полученный прямым преобразованием полной выборки, в специальной литературе называют выборочным. Для нестационарных процессов для таких спектров характерны изрезанность (флуктуированность). В [15] показано, что выборочные спектры дают статистически несостоятельные оценки, поскольку среднеквадратичная ошибка таких оценок сравнима по величине со средним значением оценки.

Далее средствами *Mathcad* получим периодограмму в соответствии с формулой (3). Разделим полные реализации на n_d сегментов и произведем вычисления.

На рисунке 9 приведена периодограмма, построенная для векторов v_1 и v_2 ($n = 32768$ точек, $T = 327,68$ с), разбитых на $n_d = 8$ сегментов длиной $n_{seg} = 4096$ каждый.

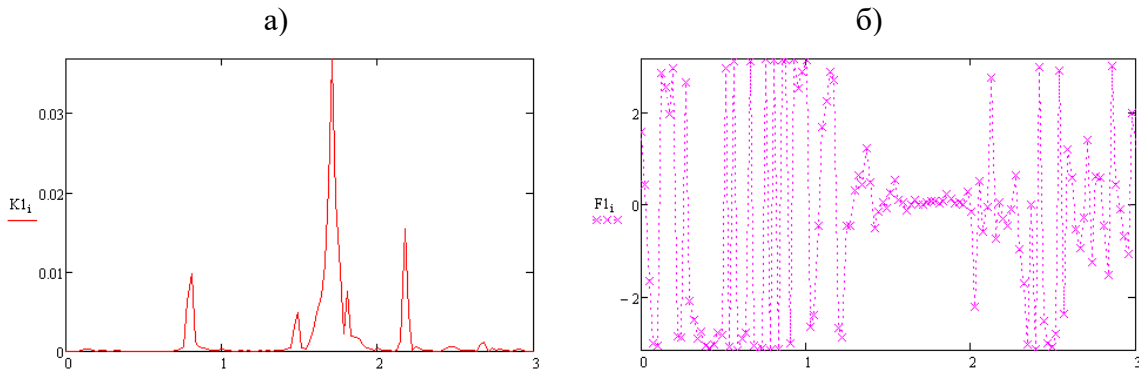


Рисунок 9. Взаимный спектр (периодограмма) в диапазоне частот 0...3 Гц: а) модуль; б) фазовый угол (разработано авторами)

Figure 9. Cross-spectrum (periodogram) in the frequency range 0...3 Hz: a) module; b) phase angle (developed by the authors)

В первую очередь нас интересуют пики модуля взаимного спектра, т.к. они свидетельствуют о преобладании на данной частоте колебаний конструкции, соответствующих, очевидно, собственным колебаниям по определенным формам. С учетом информации из теоретических расчетов пики будем обнаруживать в интервалах частот, заданных вокруг частот форм собственных колебаний (рис. 4) с преимущественными вертикальными перемещениями точек затяжки, и приведенных в таблице 1. Частоты пиков f_i , соответствующие им значения модуля $|G_{xy}(f)|$ и фазового угла $\theta_{xy}(f)$ взаимного спектра, также приведены в таблице 1.

Таблица 1 / Table 1

Характеристики взаимного спектра, полученные Mathcad и расчетом
Cross-spectrum characteristics obtained by Mathcad and calculation

№ п/п Ordinal number	Расчет Calculation		Эксперимент Experiment			
	№ формы forms	f_i , Гц Hz	интервал поиска, Гц search interval, Hz	f_i , Гц Hz	$ G_{xy}(f) $, м ² /с ⁴	$\theta_{xy}(f)$, радиан radian
1	1	0,78	0,7...0,9	0,806	0,010	3.120 (+ π)
2	3	1,43	1,4...1,55	1,489	0,005	-0.069 (0)
3	4	1,71	1,6...1,8	1,709	0,036	0.007 (0)
4	5	2,22	2,05...2,25	2,173	0,015	0.047 (0)

Разработано авторами / Developed by the authors

Отметим, что наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных частот.

Оценка динамических характеристик моста

Bridge dynamic characteristics evaluation

Для автоматизированной обработки сигналов, получаемых при мониторинге, и получения взаимных спектров и расчетов «операционных» динамических характеристик моста в ООО «Т.К.М.» разработана

программа «СпектрКатКросс». В программе для получения взаимный спектров используется алгоритм БПФ. В результате работы программы вычисляются параметры: частота, период, модуль и фазовый угол взаимного спектра. Программой предусмотрено получение модифицированных периодограмм — с использованием весовой функции, называемой «окно», — а также — периодограмм с перекрытием, когда данные сегментов пересекаются.

Интерфейс программы с результатами обработки рассмотренных выше векторов из $n = 32768$ точек каждый с разделением на $n_d = 8$ сегментов ($n_{seg} = 4096$) приведен на рисунке 10. Расчет сделан с прямоугольным окном (без изменения амплитуд сигнала) и без перекрытия.

Ядро программы может быть использовано для оценки динамических характеристик в реальном времени в составе программного комплекса систем мониторинга.

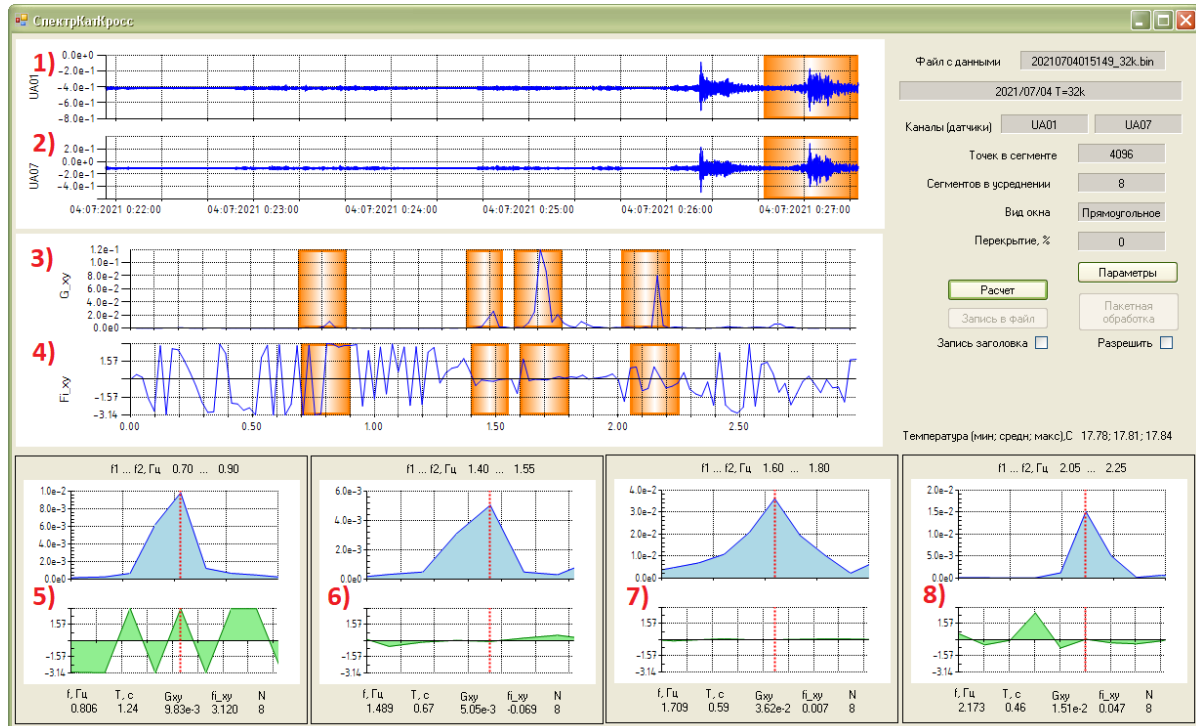


Рисунок 10. Интерфейс программы «СпектрКатКросс». Назначение зон интерфейса: (1), (2) Реализации сигналов $x(t)$ и $y(t)$; (3), (4) Модуль и фазовый угол взаимного спектра сегмента реализации; (5)–(8) Модуль и фазовый угол и др. параметры периодограммы, установленные по интервалам частот (разработано авторами)

Figure 10. SpectrCatCross program interface. Interface zones purpose: (1), (2) Signals $x(t)$ and $y(t)$ realization; (3), (4) Modulus and phase angle of the realization segment cross-spectrum; (5)–(8) Modulus and phase angle and other parameters of the periodogram, set by frequency intervals (developed by the authors)

Применим программу «СпектрКатКросс» к сигналам акселерометров UA01, UA02, UA04, UA05, UA07, UA08, направленных вертикально и установленных на затяжке пролетного строения 15–16. Акселерометры UA01 (UA02), UA04 (UA05) и UA07 (UA08) расположены по левой (правой), если смотреть от опоры 15, стороне моста в сечениях, расположенных соответственно в 1/4, 1/2 и 3/4 по длине пролетного строения.

Таблица 2 / Table 2

Источники сигналов — акселерометры. Расположение

Signal sources — accelerometers. Location

Обозначение сигналов Signal designation	$x(t)/y_1(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$	$y_4(t)$	$y_5(t)$	$y_6(t)$
Акселерометр Accelerometer	UA01	UA02	UA04	UA05	UA07	UA08
В поперечном направлении Transverse	Слева Left	Справа Right	Слева Left	Справа Right	Слева Left	Справа Right
В продольном направлении Longitudinal	1/4 пролета Span	1/4 пролета Span	1/2 пролета Span	1/2 пролета Span	3/4 пролета Span	3/4 пролета Span

Разработано авторами / Developed by the authors

Рассмотрены реализации, записанные в период с 00:21 по 00:27 (UTC) 4 июля 2021 г. Заданы следующие исходные параметры:

- $n_d = 8$, $n_{seg} = 4096$, без перекрытия (перекрытие 0 %) и без изменения амплитуд сигнала (вид окна: прямоугольное).
- Входной сигнал — акселерометр UA01.

Таблица 3 / Table 3

Характеристики взаимных спектров, полученные СпектрКатКросс

Cross-spectra characteristics obtained by SpektrKatKross

Входы Inputs	$y_1(t)/x(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$	$y_4(t)$	$y_5(t)$	$y_6(t)$
f , Гц Hz	Модуль взаимного спектра $ G_{xy}(f) $, m^2/c^4 Mutual spectrum module m^2/s^4					
0.806	1.01E-02	9.91E-03	7.91E-04	8.04E-04	9.83E-03	9.86E-03
1.489	4.76E-03	4.54E-03	1.63E-02	1.39E-02	5.05E-03	4.75E-03
1.709	3.58E-02	3.51E-02	2.57E-02	2.45E-02	3.62E-02	3.48E-02
2.173	1.97E-02	2.25E-02	4.05E-02	4.48E-02	1.51E-02	1.72E-02
f , Гц Hz	Фаза взаимного спектра $\theta_{xy}(f)$, радианы Cross-spectrum phase radians					
0.806	0.000	-0.003	-0.029	-0.094	3.119	3.139
1.489	0.000	0.051	0.381	0.358	-0.081	-0.081
1.709	0.000	-0.018	3.000	2.983	0.009	0.043
2.173	0.000	2.898	-0.078	3.049	0.044	2.988

Разработано авторами / Developed by the authors

Результаты работы программы «СпектрКатКросс», приведены в таблице 3. Отметим, что частоты пиков в спектрах рассмотренных акселерометров совпали между собой. Характеристики взаимных спектров

акселерометра UA07 совпадают результатами, полученными выше средствами MathCad (табл. 1).

По формулам (2) вычислим значения модуля $|H(f)|$ и фазовой характеристики системы $\phi(f)$ на частотах установленных пиков для рассматриваемых акселерометров. Значения параметров спектра мощности $\hat{G}_{xx}(f)$ принимаем из модуля взаимного спектра $y_1(t)/x(t)$.

Таблица 4 / Table 4

Параметры частотных характеристик системы
System frequency response parameters

Входы Inputs	$y_1(t)/x(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$	$y_4(t)$	$y_5(t)$	$y_6(t)$
f , Гц Hz	Амплитудная характеристика $ H(f) $ Amplitude characteristic					
0.806	1.00	0.98	0.08	0.08	0.97	0.97
1.489	1.00	0.95	3.43	2.91	1.06	1.00
1.709	1.00	0.98	0.72	0.68	1.01	0.97
2.173	1.00	1.14	2.06	2.28	0.77	0.87
f , Гц Hz	Фазовая характеристики системы $\phi(f)$, радианы Phase characteristics of the system					
0.806	0.000	-0.003	-0.029	-0.094	3.119	3.139
1.489	0.000	0.051	0.381	0.358	-0.081	-0.081
1.709	0.000	-0.018	3.000	2.983	0.009	0.043
2.173	0.000	2.898	-0.078	3.049	0.044	2.988

Разработано авторами / Developed by the authors

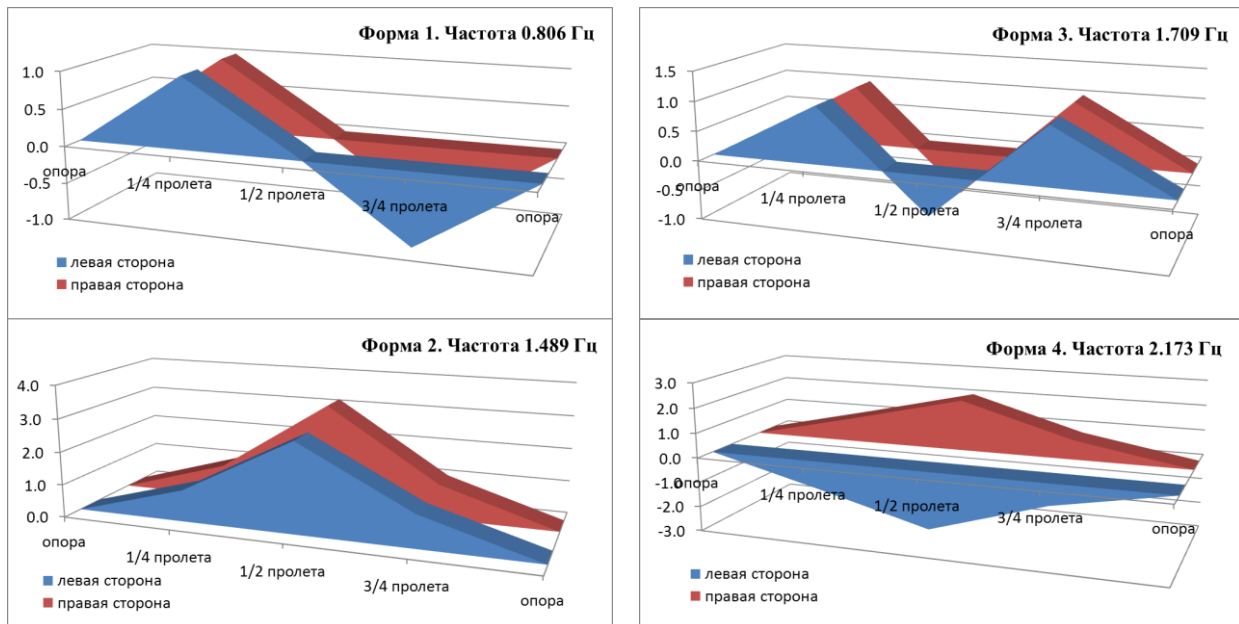


Рисунок 11. Экспериментальные формы колебаний затяжки арочного пролетного строения 15–16 (разработано авторами)

Figure 11. Experimental vibrations forms of the arch span 15–16 tightening (developed by the authors)

Полученные экспериментально параметры частотной характеристики системы представлены в виде формы собственных колебаний пролетных строений и показаны на рисунке 11.

Экспериментальные формы удовлетворительно согласуются с формами, которые получены расчетом (рис. 4), как по частотам, так и по амплитудам.

Получены алгоритмы оценки таких параметров работы конструкции, как частоты, амплитуды и фазовые характеристики форм собственных колебаний. Данные параметры могут быть использованы при мониторинге при оценке работы моста. При накоплении некоторой статистики возможно установить допустимые диапазоны изменения, соответствующие исправной работе сооружения.

Выводы

Conclusions

1. В настоящей статье рассмотрены вопросы оценки параметров динамических характеристик пролетных строений моста, таких как, частоты и амплитуды форм собственных колебаний. Показано, как с помощью предложенной математической модели динамической системы можно определять текущие значения указанных параметров с использованием данных, получаемых при мониторинге моста.
2. Представлена разработанная в ООО «Т.К.М.» программа «СпектрКатКросс». Показано соответствие результатов программы результатам расчетов по программе *MathCad*.
3. Расчетные и экспериментальные формы колебаний пролетного строения близки. В результате использования предложенной математической модели достоверность данного сопоставления обеспечивается как в части частот, так и в части амплитуд.
4. Полученные данные могут быть использованы при исследовании колебаний конструкции в период эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Матвеев, И.** Мост под контролем / И. Матвеев, Е. Кравченко, А. Манохин, О. Крутиков // Автомобильные дороги. — 2005. — № 6. — С. 24–26. — URL: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/002/00298820eb0029eb97299becc15fcd6f.pdf> (дата обращения: 19.05.2022).
2. **Крутиков, О.В.** Создание системы непрерывного мониторинга состояния вантового моста Факел через р. Шайтанку в Салехарде / О.В. Крутиков, А.В. Сырков, И.Ш. Гершуни // Вестник мостостроения. — 2008. — № 2. — С. 38–42. — URL: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/130/130ca15d1037b36b3af7e0a94d7c2555.pdf> (дата обращения: 19.05.2022).
3. **Крутиков, О.В.** Система мониторинга состояния конструкций моста на остров Русский во Владивостоке / О.В. Крутиков, И.Ш. Гершуни, М.И. Шамров // Дороги. Инновации в строительстве. — 2008. — № 11. — С. 62–64. — URL: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/9ee/9eed6e5862d6987ebb6d0bc300a86078.pdf> (дата обращения: 19.05.2022).
4. **Непомнящий, В.Г.** Непрерывный мониторинг мостового перехода через бухту Золотой Рог / В.Г. Непомнящий, А.И. Яценко, Г.В. Осадчий // Дороги. Инновации в строительстве. — 2012. — № 19. — С. 30–34.
5. **Аганов, И.А.** Система структурированного мониторинга на автодорожном мосту через реку Обь вблизи Сургута / И.А. Аганов, Г.В. Осадчий, Д.В. Ефанов, М.В. Киселёв, А.С. Каллистов // Мир дорог. — 2021. — № 139. — С. 108–110. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=47341103> (дата обращения: 12.02.2022).
6. **Крутиков, О.В.** Мониторинг моста через р. Волга на 176 км автодороги М-10 «Россия» с контролем воздействующей на него подвижной нагрузки / О.В. Крутиков, Д.И. Рьжов, Ю.С. Дабижа, Р.А. Белов // Мир дорог. — 2021. — № 140. — С. 88–91. — URL: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/0d5/0d55de4f65940bb0eba03030f473c6c2.pdf> (дата обращения: 19.02.2022).
7. **Баранов, Т.М.** Оценка фактической работы пролетного строения железнодорожного моста с использованием мобильной системы мониторинга / Т.М. Баранов, Е.О. Толстикова. — DOI <https://doi.org/10.15862/12SATS418> // Транспортные сооружения. — 2018. — Т 5. — № 4. — С. 12SATS418. — URL: <https://t-s.today/12SATS418.html> (дата обращения: 04.03.2022).
8. **Чебыкин, И.А.** Тенденции развития мониторинга мостов / И.А. Чебыкин // Мир дорог. — 2020. — № 132. — С. 99–100. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45840958> (дата обращения: 04.03.2022).
9. **Хамидуллина, Н.В.** Исследования городских мостов на динамические воздействия от городского подвижного состава / Н.В. Хамидуллина. — DOI <https://doi.org/10.15862/02SATS122> // Транспортные сооружения. — 2022. — Т 9. — № 1. — С. 02SATS122. — URL: <https://t-s.today/02SATS122.html> (дата обращения: 04.03.2022).
10. **Яшнов, А.Н.** Некоторые результаты работы системы динамического мониторинга Академического моста через р. Ангару в Иркутске / А.Н. Яшнов, Т.М. Баранов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. — 2017. — № 1. — С. 199–209. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28341338> (дата обращения: 04.03.2022).
11. **Casas, J.R.** Bridge Damage Detection Based on Vibration Data: Past and New Developments / J.R. Casas, J.J. Moughty. — DOI <https://doi.org/10.3389/fbuil.2017.00004> // Frontiers in Built Environment. — 2017. — Т 3. — С. 4. — URL: <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fbuil.2017.00004/full> (дата обращения: 04.03.2022).
12. **Deng, Y.** Probabilistic Damage Detection of Long-Span Bridges Using Measured Modal Frequencies and Temperature / Y. Deng, A. Li, D. Feng. — DOI <https://doi.org/10.1142/S0219455418501262> // International Journal of Structural Stability and Dynamics. — 2018. — Т 18. — № 10. — С. 1850126. — URL: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0219455418501262> (дата обращения: 04.03.2022).
13. **Neves, A.C.** The influence of frequency content on the performance of artificial neural network-based damage detection systems tested on numerical and experimental bridge data / A.C. Neves, I. González, R. Karoumi, J. Leander. — DOI <https://doi.org/10.1177%2F1475921720924320> // Structural Health Monitoring. — 2020. — Т 20. — № 3. — С. 1331–1347. — URL: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1475921720924320> (дата обращения: 04.03.2022).

14. Дженкинс, Г. Спектральный анализ и его приложения. Выпуск 2. / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. — пер. с англ. В.Ф. Писаренко, А.М. Яглома. — М.: Мир, 1972. — 283 с.
15. Марпл, С.Л.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл-мл. — пер. с англ. О.И. Хабарова, Г.А. Сидорова, под. ред. д-ра тех. наук И.С. Рыжака. — М.: Мир, 1990. — 584 с.
16. Валеев, С.Г. Кросс-спектральный анализ временных рядов / С.Г. Валеев, В.А. Фасхутдинова // Вестник Ульяновского государственного технического университета. — 2006. — № 4. — С. 30–33. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20290287> (дата обращения: 04.03.2022).
17. Бендат, Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. — Пер. с англ. В.Е. Привольского, А.И. Кочубинского; Под ред. И.Н. Коваленко. — М.: Мир, 1989. — 540 с.

Сведения об авторах:

Крутиков Олег Владимирович — кандидат технических наук, генеральный директор, ООО «Т.К.М.», Москва, Россия, e-mail: ovkru@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9434-9013>

Гершуни Илья Шикович — кандидат технических наук, доцент, главный специалист, ООО «Т.К.М.», Москва, Россия, старший научный сотрудник, ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта (МИИТ)», Москва, Россия, e-mail: ger-ilia@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2346-003X>

Рыжов Дмитрий Иванович — старший инженер, ООО «Т.К.М.», Москва, Россия, e-mail: ryzhov_di@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0735-806X>

Статья получена: 05.04.2022. Принята к публикации: 06.06.2022. Опубликовано онлайн: 02.07.2022.

REFERENCES

1. Matveyev I., Kravchenko E., Manokhin A., Krutikov O. Most pod kontrolem [Bridge under control]. *Avtomobil'nyye dorogi [Car roads]*. 2005; (6): 24–26. Available at: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/002/00298820eb0029eb97299becc15fcd6f.pdf> (accessed 19th May 2022). (In Russ.).
2. Krutikov O.V., Syrkov A.V., Gershuni I.Sh. Sozdaniye sistemy nepreryvnogo monitoringa sostoyaniya vantovogo mosta Fakel cherez r. Shaytanku v Salekharde [Creation of a system for continuous monitoring of the condition of the Fakel cable-stayed bridge across the river. Shaitanka in Salekhard]. *Vestnik mostostroyeniya [Bridge Building Bulletin]*. 2008; (2): 38–42. Available at: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/130/130ca15d1037b36b3af7e0a94d7c2555.pdf> (accessed 19th May 2022). (In Russ.).
3. Krutikov O.V., Gershuni I.Sh., Shamrov M.I. Sistema monitoringa sostoyaniya konstruktsiy mosta na ostrov Russkiy vo Vladivostoke [Monitoring system for the condition of the bridge structures to Russky Island in Vladivostok]. *Dorogi. Innovatsii v stroitel'stve [Roads. Innovations in construction]*. 2008; (11): 62–64. Available at: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/9ee/9eed6e5862d6987ebb6d0bc300a86078.pdf> (accessed 19th May 2022). (In Russ.).
4. Nepomnyashchiy V.G., Yashchenko A.I., Osadchiy G.V. Nepreryvnyy monitoring mostovogo perekhoda cherez bukhtu Zolotoy Rog [Continuous monitoring of the bridge over the Golden Horn Bay]. *Dorogi. Innovatsii v stroitel'stve [Roads. Innovations in construction]*. 2012; (19): 30–34. (In Russ.).
5. Аганов И.А., Осадчий Г.В., Ефанов Д.В., Киселёв М.В., Каллистов А.С. Sistema strukturirovannogo monitoringa na avtodorozhnom mostu cherez reku Ob' vblizi Surguta [Structured monitoring system on a road bridge across the Ob River near Surgut]. *Mir dorog [Road world]*. 2021; (139): 108–110. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=47341103> (accessed 12th February 2022). (In Russ.).

6. Krutikov O.V., Ryzhov D.I., Dabizha Yu.S., Belov R.A. Monitoring mosta cherez r. Volga na 176 km avtodorogi M-10 «Rossiya» s kontrolom vozdeystvuyushchey na nego podvizhnoy nagruzki [Monitoring of the bridge over the river. Volga at km 176 of the M-10 Rossiya highway with control of the moving load acting on it]. *Mir dorog [Road world]*. 2021; (140): 88–91. Available at: <https://tkm-most.ru/upload/iblock/0d5/0d55de4f65940bb0eba03030f473c6c2.pdf> (accessed 19th February 2022). (In Russ.).
7. Baranov T.M., Tolstikov E.O. The actual operation assessment of the railway bridge superstructure using a mobile monitoring system. *Russian Journal of Transport Engineering*. 2018; 5(4): 12SATS418. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15862/12SATS418>.
8. Chebykin I.A. Tendentsii razvitiya monitoringa mostov [Bridge Monitoring Development Trends]. *Mir dorog [Road world]*. 2020; (132): 99–100. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45840958> (accessed 4th March 2022). (In Russ.).
9. Khamidullina N.V. Urban bridges studies on dynamic impacts from urban rolling stock. *Russian Journal of Transport Engineering*. 2022; 9(1): 02SATS122. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15862/02SATS122>.
10. Yashnov A.N., Baranov T.M. Monitoring of Dynamic Behavior of Bridge Across the Angara In Irkutsk. *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2017; (1): 199–209. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28341338> (accessed 4th March 2022). (In Russ., abstract in Eng.).
11. Casas J.R., Moughty J.J. Bridge Damage Detection Based on Vibration Data: Past and New Developments. *Frontiers in Built Environment*. 2017;3: 4. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.3389/fbuil.2017.00004>.
12. Deng Y., Li A., Feng D. Probabilistic Damage Detection of Long-Span Bridges Using Measured Modal Frequencies and Temperature. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2018; 18(10): 1850126. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1142/S0219455418501262>.
13. Neves A.C., González I., Karoumi R., Leander J. The influence of frequency content on the performance of artificial neural network-based damage detection systems tested on numerical and experimental bridge data. *Structural Health Monitoring*. 2020; 20(3): 1331–1347. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1177%2F1475921720924320>.
14. Jenkins G.M., Watts D.G. Spectral analysis and its applications. San Francisco: Holden-Day; 1968. (In Eng.).
15. Marple S.L. Digital Spectral Analysis: With Applications. Englewood Cliffs: Prentice-Hall; 1987. (In Eng.).
16. Valeev S.G., Faskhutdinova V.A. The Cross-Spectral Analysis of Time Series. *Vestnik of Ulyanovsk State Technical University*. 2006; (4): 30–33. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20290287> (accessed 4th March 2022). (In Russ., abstract in Eng.).
17. Bendat J.S., Piersol A.G. Random data; analysis and measurement procedures. New York: Wiley-Interscience; 1971. (In Eng.).

Information about the authors:

Oleg V. Krutikov — «Т.К.М.» LTD, Moscow, Russia, e-mail: ovkru@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9434-9013>

Iliia Sh. Gershuni — «Т.К.М.» LTD, Moscow, Russia, Russian University of Transport (MIIT), Moscow, Russia, e-mail: ger-ilia@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2346-003X>

Dmitry I. Ryzhov — «Т.К.М.» LTD, Moscow, Russia, e-mail: ryzhov_di@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0735-806X>

Submitted: 5th April 2022. Revised: 6th June 2022. Published online: 2nd July 2022.